22 - Složitost

(druhy složitosti, asymptotická časová složitost, složitostní třídy, vztah tříd P a NP)

Druhy složitosti - složitost vyjadřuje náročnost algoritmu na výpočetní prostředky počítače v závislosti na délce vstupních dat.

- Časová složitost - největší počet kroků (instrukcí), které je potřeba vykonat pro provedení algoritmu.
- Prostorová složitost - největší počet registrů RAM stroje / políček pásky Turingova stroje obsazených během výpočtu. Prostor lze využít opakovaně a za jednu jednotku času můžeme obsadit maximálně jednu jednotku prostoru, proto časová složitost je vždy větší nebo rovna prostorové složitosti.

Asymptotická časová složitost - zanedbáváme aditivní a multiplikativní konstanty, zajímá nás jen hrubá charakteristika funkce. Dle povahy dat na vstupu může být různá, proto Omega(f(x)) určuje nejlepší případ, Omicron(f(x)) určuje nejhorší případ a Theta(f(x)) použijeme, pokud nejlepší i nejhorší případ jsou stejný.

Složitostní třídy - O(1) - konstantní, O(log n) - logaritmická, O(n) - lineární, O(n log n) - lineárně logaritmická, O(n^2) - kvandratická, O(n^3) - kubická, O(n^x) - polynomiální, O(x^n) - exponenciální, O(n!) - faktoriálová

Vztah tříd P a NP

- P - problémy, které jsou řešitelné deterministickým TS v polynomiálním čase.
- NP - problémy, které jsou řešitelné nedeterministickým TS v polynomiálním čase. NTS -> DTS převod je možný v exponenciálním čase.
- NP-úplné - nejtěžší problémy NP třídy, všechny problémy NP třídy jsou polynomiálně redukovatelné na NP-úplné problémy.

23 - Lineární optimalizační úlohy

(formulace úlohy lineárního programování, geometrická interpretace, simplexová metoda, princip duality, počítačové řešení. Dopravní úloha)

Formulace úlohy lineárního programování - úlohy jsou většinou formulovány slovně, z nich vytvoříme matematický model skládající se z: účelové funkce, omezujících podmínek a podmínek nezápornosti, a pak úlohu vyřešíme jako maximalizační nebo minimalizační.

Geometrická interpretace - pokud má úloha pouze dvě proměnné, můžeme ji řešit graficky. Narýsujeme rovnice (přímky) a nerovnice (poloroviny) omezujících podmínek a vyznačíme podmínky nezápornosti. Tím vznikne množina přípustných řešení, na základě usměrňujícího vektoru z účelové funkce pak zjistíme maximální nebo minimální řešení.

Simplexová metoda - iterativní způsob řešení problémů lineárního programování. V každém kroku zlepšuje řešení dle účelové funkce.

Princip duality - ke každé úloze lineárního programování lze nalézt sdruženou úlohu.

Počítačové řešení - Existuje mnoho algoritmů a programů, řešící jednotlivé optimalizační úlohy. Pro NP-úplné úlohy se však většinou nehledá nejlepší řešení, ale pouze nějaké dostatečné dobré (např. problém obchodního cestujícího). Tím zajístíme optimalizaci v rychlosti výpočtu na úkor přesnosti.

Dopravní úloha - je optimalizační úloha, jejímž cílem je minimalizovat cenu přepravy zboží. Úkolem je stanovit, kolik měrných jednotek určité homogenní látky dodá každý dodavatel každému odběrateli. Dá se řešit pomocí simplexové metody, pomocí metod teorie grafů případně specializovanými algoritmy (řešíme většinou formou tabulky dodavatelé - odběratelé).

24 - Optimalizace

(optimalizace v grafech a řízení projektů, optimalizace hromadné obsluhy, optimalizace zásobování a obnovy, simulační modely, teorie her)

Optimalizace v grafech a řízení projektů - podstata některých úloh optimalizace vychází z teorie grafů. Modelem pro řešení těchto úloh se stává graf a algoritmy nad grafem. Teorie grafů najde velké uplatnění v oblasti logistiky, skladování a distribuce, nebo při kalendářním plánování, či při projektování telekomunikačních, počítačových a dalších sítí a pro řadu dalších úloh. V řízení podniku se zase využívá metoda kritické cesty. Optimalizace v grafech vychází z těchto úloh:

- Prohledávání grafu - Depth-First Search (do hloubky), Breadth-First Search (do šířky)
- Hledání nejkratší cesty - Bellman-Fordův algoritmus, Dijkstrův algoritmus
- Hledání nejdelší cesty - převede se na hledání nejkratší cesty
- Hledání nejbezpečnější cesty
- Hledání nejširší cesty
- Maximální tok v síti
- Párování v bipartitních grafech - přiřazovací problém (maďarský algoritmus).

Optimalizace hromadné obsluhy - SHO - vstupní linka (nové požadavky do systému), obslužní kanál (řeší požadavky), fronta (hromadí se nevyřešené požadavky). Optimalizace se zde provádí pomocí vytvoření modelu a jeho simulací, vyhodnocením výsledků, a zlepšováním těchto výsledků (fronty na pokladnách).

Optimalizace zásobování a obnovy - dopravní problém, okružní problém (obchodní cestující), simulace rozvozové služby, Petriho sítě (reprezentace nedeterministického diskrétního distribuovaného systému, obsahují místa, přechody, hrany a tokeny).

Simulační modely - modelování a simulace.

Teorie her - disciplína aplikované matematiky řešící konfliktní rozhodovací situace. Hry zapisujeme buď pomocí matic (normální forma, většinou současné hry jako kámen-nůžky-papír) nebo pomocí stromů (extenzivní forma, většinou sekvenční hry jako piškvorky). Hry v extenzivní formě můžeme řešit pomocí algoritmu Minimax, nebo jeho optimaluzace alfa-beta prořezávání, kde vynecháváme procházení některých stavů, protože nemůžou ovlivnit výsledek.